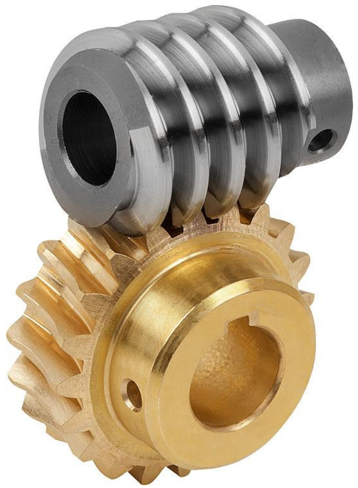
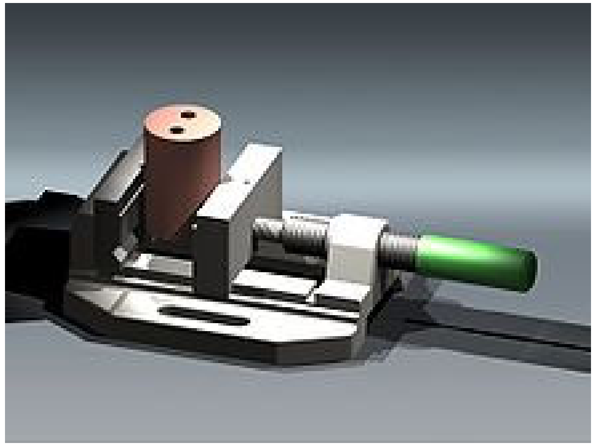
EPFL

Roue et vis sans fin / Système vis et écrou

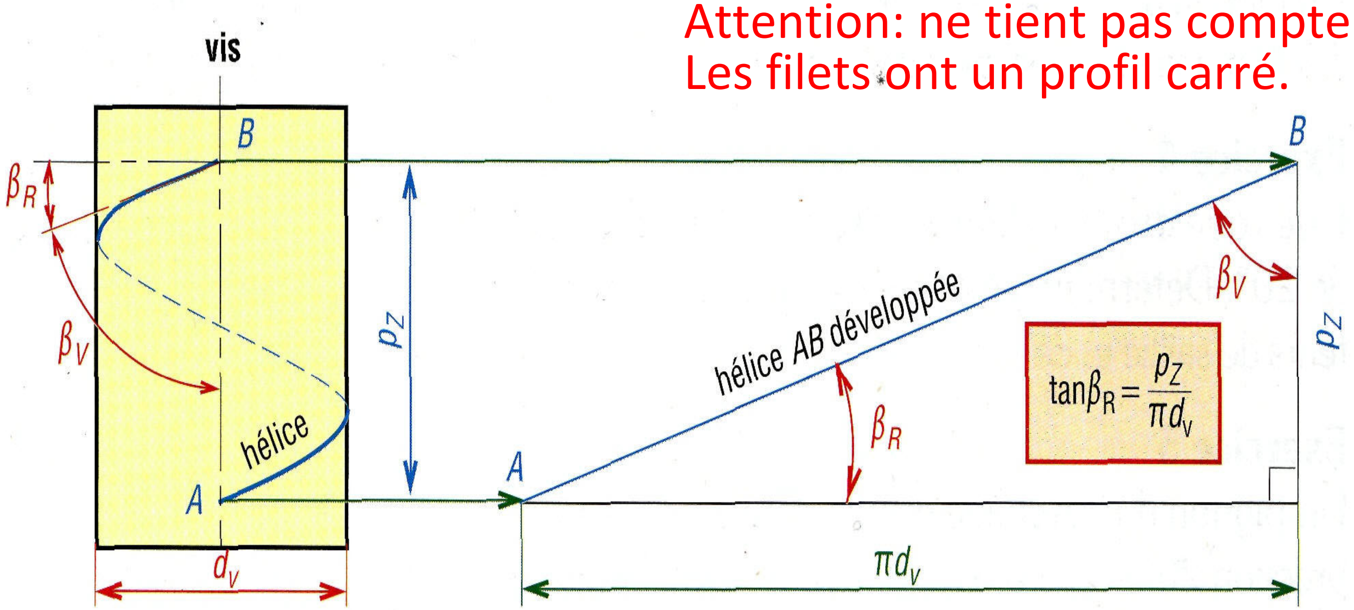


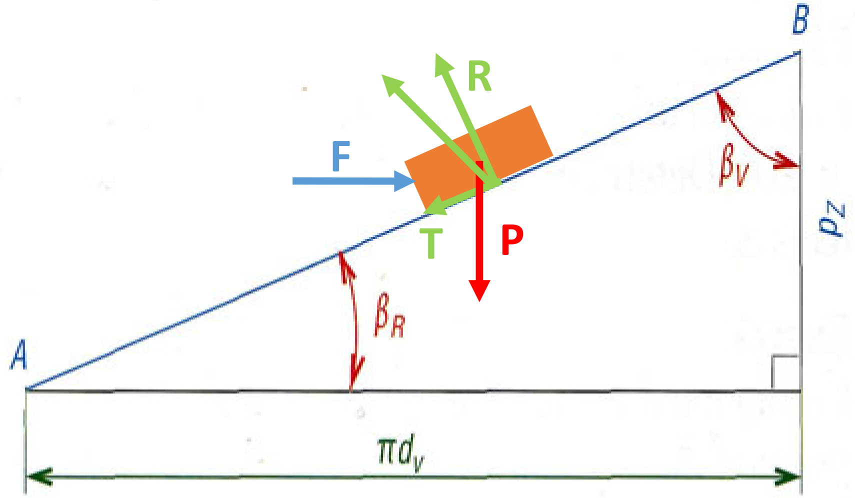


Vis sans fin

Vis sans fin développée et considérée comme un plan incliné:

Attention: ne tient pas compte de l'angle des filets!
Les filets ont un profil carré.





F = Force motrice due au moment sur la vis sans fin (N)

μ = tanϕ = Coefficient de frottement vis/roue ou écrou

R = Réaction (N)

T = Force de frottement (N) = μ.R

β_R = Angle d'inclinaison d'hélice de la roue (rad)

β_V = Angle d'inclinaison d'hélice de la vis (rad)

p_Z = Pas de la vis ou de l'hélice (m)

d_V = Diamètre primitif de la vis sans fin (m)

ω_V = Vitesse de rotation de la vis sans fin (rad/sec)

M = Moment a appliquer a la vis motrice pour faire monter (indice M) ou descendre la charge sur l'écrou/roue.

Vis sans fin

Bilan des forces:

Pour monter la charge:

1. $\sum F_{\perp} = R - F.\sin\beta_R - P.\cos\beta_R = 0$

2. $\sum F_{//} = F.\cos\beta_R - T - P.\sin\beta_R = 0$

1. $\frac{T}{\mu} - F.\sin\beta_R - P.\cos\beta_R = 0 \qquad avec\ T = \mu.R$

3=1xµ-2:

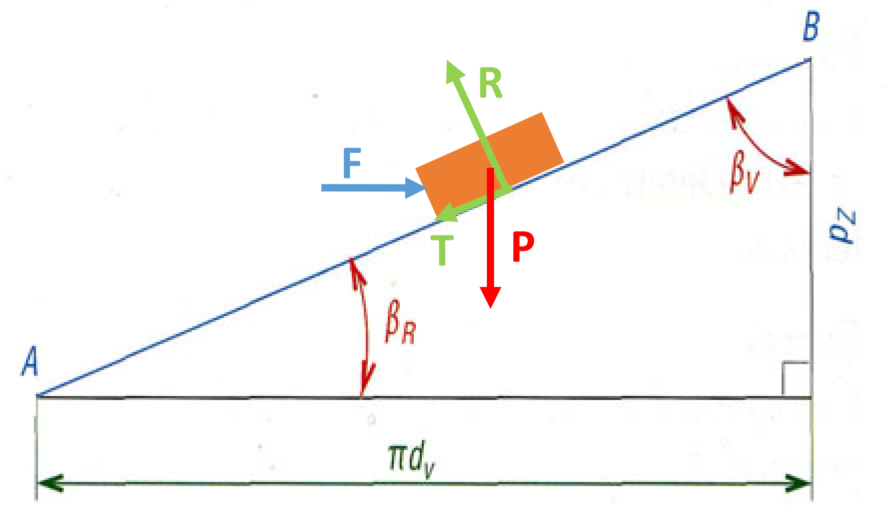
$F.(\cos\beta_R - \mu.\sin\beta_R) - P.(\sin\beta_R + \mu.\cos\beta_R) = 0$

$3/\cos\beta_R$:

$F.(1 - \mu.\tan\beta_R) - P.(\tan\beta_R + \mu) = 0$

$$F = \frac{\frac{p_z}{\pi d_v} + \mu}{1 - \frac{\mu.p_z}{\pi d_v}}.P \qquad avec\ \tan\beta_R = \frac{p_z}{\pi d_v}$$

$$F = \frac{p_z + \mu.\pi d_v}{\pi d_v - \mu.p_z}.P = \frac{\tan\beta_R + \mu}{1 - \mu.\tan\beta_R}.P$$



Vis sans fin

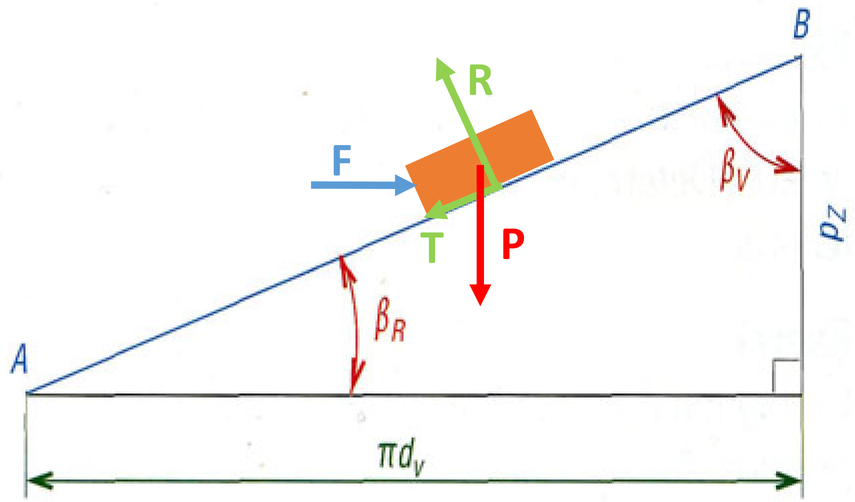
Bilan des forces:

Pour monter la charge:

$$F = \frac{p_z + \mu.\pi d_v}{\pi d_v - \mu.p_z}.P = \frac{tan\ \beta_R + \mu}{1 - \mu.tan\ \beta_R}.P = \frac{tan\ \beta_R + tan\phi}{1 - tan\phi.tan\ \beta_R}.P = tan(\ \beta_R + \phi).P \qquad avec\ \mu = tan\phi$$

Moment nécessaire pour monter la charge P avec la vis:

$$\boxed{M_M = F.\frac{d_V}{2} = \frac{p_z + \mu.\pi d_v}{\pi d_v - \mu.p_z}.\frac{d_V}{2}.P = tan(\ \beta_R + \phi).\frac{d_V}{2}.P}$$



Vis sans fin

Bilan des forces:

Pour descendre la charge:

1. $\sum F_{\perp} = R - P.\cos\beta_R + F.\sin\beta_R = 0$

2. $\sum F_{//} = T - F.\cos\beta_R - P.\sin\beta_R = 0$

1. $\frac{T}{\mu} - P.\cos\beta_R + F.\sin\beta_R = 0 \qquad avec\ T = \mu.R$

3=1xμ-2:

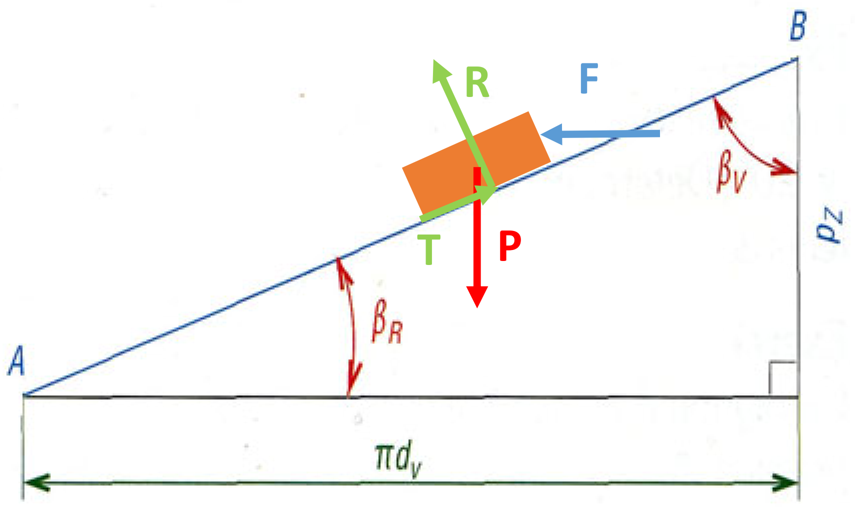
$F.(\cos\beta_R + \mu.\sin\beta_R) + P.(\sin\beta_R - \mu.\cos\beta_R) = 0$

3/$\cos\beta_R$:

$F.(1 + \mu.\tan\beta_R) + P.(\tan\beta_R - \mu) = 0$

$$F = \frac{\mu - \frac{p_z}{\pi d_v}}{1 + \frac{\mu.p_z}{\pi d_v}}.P \qquad avec\ \tan\beta_R = \frac{p_z}{\pi d_v}$$

$$F = \frac{\mu.\pi d_v - p_z}{\pi d_v + \mu.p_z}.P = \frac{\mu - \tan\beta_R}{1 + \mu.\tan\beta_R}.P$$



Vis sans fin

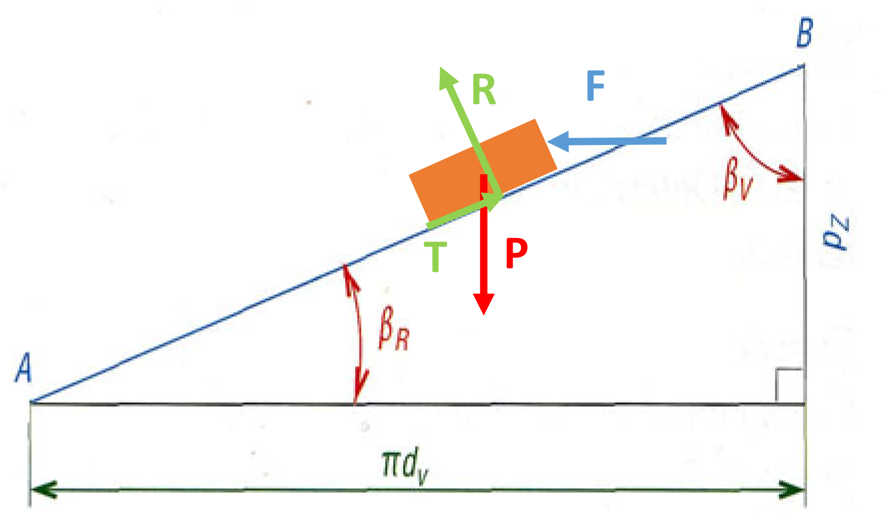
Bilan des forces:

Pour descendre la charge:

$$F = \frac{\mu.\pi d_v - p_z}{\pi d_v + \mu.p_z}.P = \frac{\mu - tan\,\beta_R}{1 + \mu.tan\,\beta_R}.P = \frac{tan\phi - tan\,\beta_R}{1 + tan\phi.tan\,\beta_R}.P = tan(\phi - \beta_R).P \qquad avec\ \mu = tan\phi$$

Moment nécessaire pour descendre la charge P avec la vis:

$$\boxed{M_D = F.\frac{d_V}{2} = \frac{\mu.\pi d_v - p_z}{\pi d_v + \mu.p_z}.\frac{d_V}{2}.P = tan(\phi - \beta_R).\frac{d_V}{2}.P}$$



Vis sans fin – Application Numérique

Moment nécessaire pour monter la charge P avec la vis:

$$M_M = F.\frac{d_V}{2} = \frac{p_z + \mu.\pi d_v}{\pi d_v - \mu.p_z}.\frac{d_V}{2}.P = tan(\beta_R + \phi).\frac{d_V}{2}.P = 1.94N.m$$

Moment nécessaire pour descendre la charge P avec la vis:

$$M_D = F.\frac{d_V}{2} = \frac{\mu.\pi d_v - p_z}{\pi d_v + \mu.p_z}.\frac{d_V}{2}.P = tan(\phi - \beta_R).\frac{d_V}{2}.P = 0.87N.m$$

Avec:

d_v = Diamètre primitif de la vis = 10mm

μ = Coefficient de frottement entre la vis et l'écrou = 0.14 (surface sèche)

P = Charge axiale a générer sur la vis = 2000N

β_R = Inclinaison de l'hélice de la roue/écrou = 3°

Rendement: 4 cas de figure

1. La vis motrice en rotation entraine l'écrou récepteur en translation.

$$V_e = \frac{p_Z . \omega_V}{2\pi} = tan\ \beta_R . \frac{d_v . \omega_V}{2} \qquad avec\ tan\ \beta_R = \frac{p_z}{\pi d_v}$$

2. L'écrou moteur en rotation entraine la vis réceptrice en translation.

$$V_V = \frac{p_Z . \omega_V}{2\pi} = tan\ \beta_R . \frac{d_v . \omega_V}{2} \quad et\ \omega_V = \omega_e$$

3. La vis motrice en rotation entraine la roue réceptrice en rotation.

$$\omega_V = \omega_R \frac{Z_R}{Z_V}$$

4. La roue motrice en rotation entraine la vis réceptrice en rotation.

$$\omega_R = \omega_V \frac{Z_V}{Z_R}$$

Vis sans fin

Rendement cas 2: L'écrou moteur en rotation entraine la vis réceptrice en translation.

Vitesse linéaire de la vis:

$$V_V = \frac{p_Z.\,\omega_V}{2\pi} = tan\ \beta_R.\frac{d_v.\,\omega_V}{2} \qquad avec\ tan\ \beta_R = \frac{p_z}{\pi d_v}$$

Rendement en montée de charge:

$$\eta_M = \frac{Puissance\ receptrice}{Puissance\ motrice} = \frac{P.\,V_V}{M_M.\,\omega_V} = \frac{P.\frac{p_V.\,\omega_V}{2\pi}}{\frac{p_z + \mu.\pi d_v}{\pi d_v - \mu.\,p_z}.\frac{d_V}{2}.P.\,\omega_V} = \frac{P.\,tan\ \beta_R.\frac{d_V.\,\omega_V}{2}}{tan(\beta_R + \phi).\frac{d_V}{2}.P.\,\omega_V}$$

$$\eta_M = \frac{tan\ \beta_R}{tan(\beta_R + \phi)}$$

Rendement cas 2: L'écrou moteur en rotation entraine la vis réceptrice en translation.

Vitesse linéaire de la vis:

$$V_V = \frac{p_Z.\omega_V}{2\pi} = tan\,\beta_R.\frac{d_v.\omega_V}{2} \qquad avec\ tan\,\beta_R = \frac{p_z}{\pi d_v}$$

Rendement en descente de charge:

$$\eta_D = \frac{Puissance\ receptrice}{Puissance\ motrice} = \frac{P.V_V}{M_D.\omega_V} = \frac{P.\frac{p_V.\omega_V}{2\pi}}{\frac{\mu.\pi d_v - p_z}{\pi d_v + \mu.p_z}.\frac{d_V}{2}.P.\omega_V} = \frac{P.tan\,\beta_R.\frac{d_V.\omega_V}{2}}{tan(\phi-\beta_R).\frac{d_V}{2}.P.\omega_V}$$

$$= \frac{tan\,\beta_R}{tan(\phi-\beta_R)}$$

Rendement valable pour $0 < \eta_D < 1$ ($\beta_R < \phi\ et\ 2\beta_R < \phi$)

Si $\eta_D > 1$ $(\phi < 2\beta_R)$, la charge sur l'écrou est motrice et la vis est réceptrice, i.e. le système est réversible, donc le rendement devient:

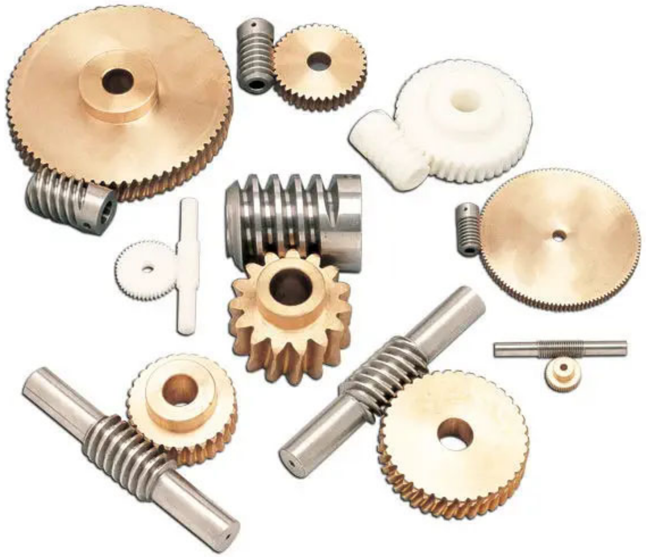
$$\eta_D = \frac{tan(\phi-\beta_R)}{tan\,\beta_R}$$ avec $0 < \eta_D < 1$

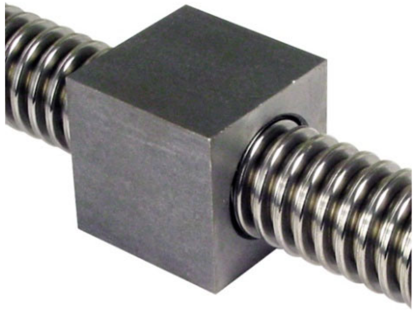
Si $\phi < \beta_R$, le rendement est négatif et le système est irréversible. L'écrou ne peut entrainer la vis.

Vis sans fin

Coefficients de frottement des matériaux usuels pour Vis sans fin / Écrou ou Roue

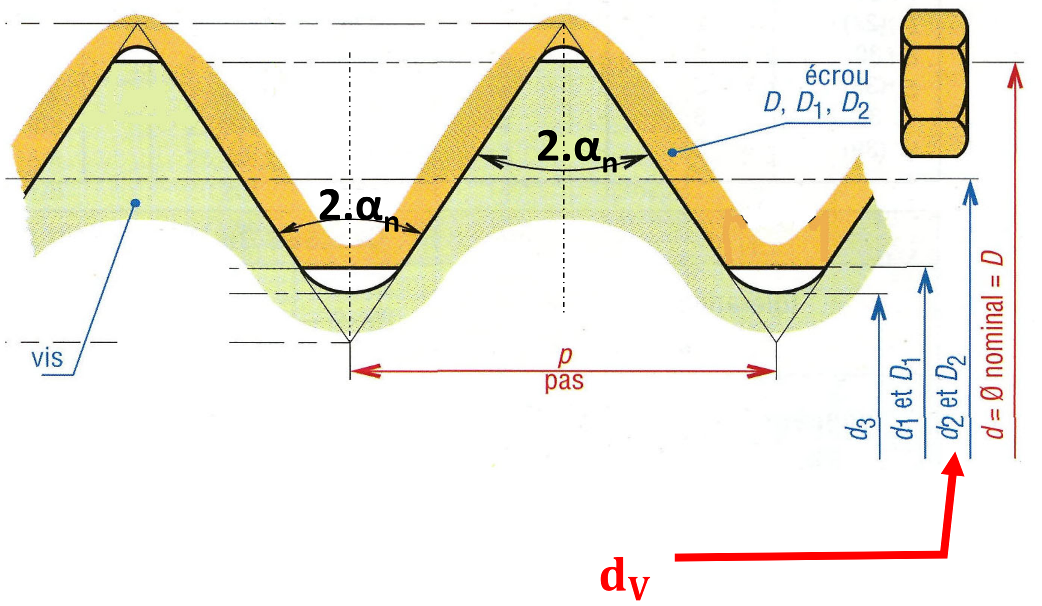
Acier / Acier	0.11 - 0.17
Acier / Bronze	0.10 - 0.16
Acier / Laiton	0.10 - 0.15
Acier / Fonte	0.11 - 0.17
Bronze / Acier	0.08 - 0.12
Bronze / Bronze	0.04 - 0.06
Bronze / Fonte	0.06 - 0.09





Vis sans fin

Prise en compte de l'angle α_n des filets (trapézoïdaux):



Moment nécessaire pour monter la charge P avec la vis: $$M_M = \frac{\cos\alpha_n . \tan\beta_R + \mu}{\cos\alpha_n - \mu . \tan\beta_R} . \frac{d_V}{2} . P$$

Moment nécessaire pour descendre la charge P avec la vis: $$M_D = \frac{\mu - \cos\alpha_n . \tan\beta_R}{\cos\alpha_n + \mu . \tan\beta_R} . \frac{d_V}{2} . P$$

Vis sans fin – Application Numérique

Moment nécessaire pour monter la charge P avec la vis: $M_M = \frac{\cos\alpha_n . tan\ \beta_R + \mu}{\cos\alpha_n - \mu . tan\ \beta_R} . \frac{d_V}{2} . P = 2.16 N.m$

Moment nécessaire pour descendre la charge P avec la vis: $M_D = \frac{\mu - \cos\alpha_n . tan\ \beta_R}{\cos\alpha_n + \mu . tan\ \beta_R} . \frac{d_V}{2} . P = 1.08 N.m$

Avec:

d_v = Diamètre primitif de la vis = 10mm

μ = Coefficient de frottement entre la vis et l'écrou = 0.14 (surface sèche)

P = Charge axiale a générée sur la vis = 2000N

β_R = Inclinaison de l'hélice = 3°

Roue et vis sans fin

Roue et vis sans fin:

Avec frottement !

Cas du frottement

Si f est le coefficient de frottement entre les roues

$F_{Tv} = F(\cos\alpha_n \cdot \sin\beta + f \cdot \cos\beta)$

$F_{Tr} = F(\cos\alpha_n \cdot \cos\beta - f \cdot \sin\beta)$

$F_R = F \cdot \sin\alpha_n$ (inchangé)

$$\eta = \frac{\text{puissance sortie}}{\text{puissance entrée}} = \frac{\cos\alpha_n - f.\tan\beta}{\cos\alpha_n + f.\cot\beta}$$

Variation du rendement η lorsque $f = 0{,}05$ et $\alpha_n = 20°$									
β (deg)	1	2	3	5	8	15	25	30	40
η	0,25	0,40	0,49	0,62	0,72	0,82	0,88	0,89	0,90

Sans frottement !

données: P en watts; ω en rad/s; α_n, β; n en tr/min

↓

couple vis: $C_v = \dfrac{P}{\omega_v} = \dfrac{30P}{\pi n_v}$

↓

effort tangentiel vis: $F_{Tv} = \dfrac{C_v}{r_v} = F_{Ar}$

↓

effort tangentiel roue: $F_{Tr} = \dfrac{F_{Tv}}{\tan\beta} = F_{Av}$

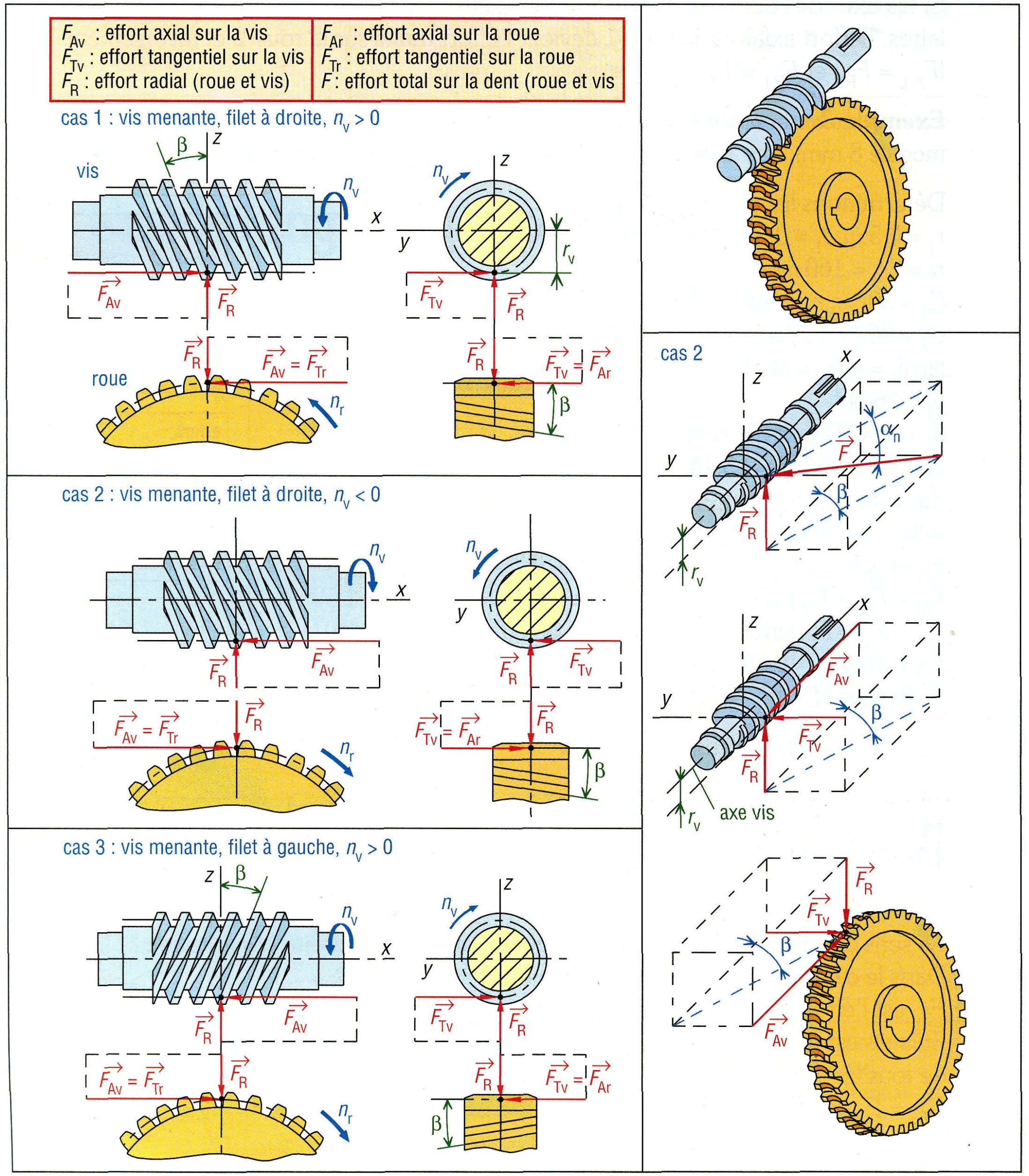
↓

effort radial: $F_R = \dfrac{F_{Tv}}{\sin\beta}.\tan\alpha_n$

↓

effort sur la dent: $F = \dfrac{F_R}{\sin\alpha_n}$

Organigramme de calcul.

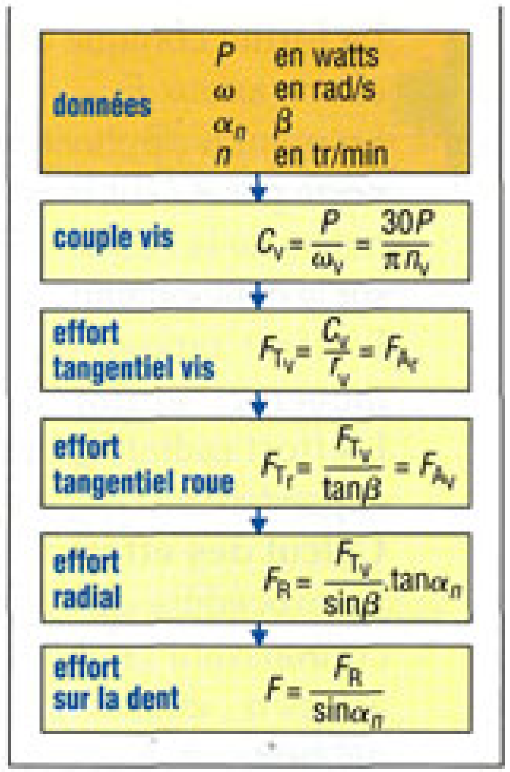


Attention:
tient compte de l'angle de pression réel sur les filets α_n!
Les filets sont trapézoïdaux.
$\alpha_n = 30°$ pour les filetages métriques.

Vis sans fin

Roue et vis sans fin:

Sans frottement !



Organigramme de calcul.

Moment sur la vis: $C_v = \frac{P}{\omega_v}$

Effort tangentiel sur la vis: $F_{Tv} = \frac{C_v}{r_v}$

Effort axial sur la vis: $F_{Av} = \frac{F_{Tv}}{\tan(\beta_R)} = \frac{C_v}{r_v.\tan(\beta_R)}$

Effort radial sur la vis: $F_R = \frac{F_{Tv}}{\sin(\beta_R)}.\tan(\alpha) = \frac{C_v}{r_v.\sin(\beta_R)}.\tan(\alpha)$

Effort sur le filet: $\mathrm{F} = \frac{F_R}{\sin(\alpha)} = \frac{C_v}{r_v.\sin(\beta_R).\sin(\alpha)}.\tan(\alpha)$

Exemple – Filetage ISO Métrique Pas Gros M10:

C = Moment sur la vis a déterminer

d = Diamètre primitif de la vis = 10mm

μ = Coefficient de frottement entre la vis et l'écrou = 0.14 (surface sèche)

F = Charge axiale a générer sur la vis = 2000N

α = Angle d'inclinaison du flanc de filet = 30°

2α = Angle au sommet = 60°

β_R = Inclinaison de l'hélice = 3°

Moment pour générer un effort axial de F sur la vis sans frottement:

$C_v = F_{Av}.\frac{d}{2}.\tan(\beta_R) = 0.52\text{N.m}$

Vis sans fin

Roue et vis sans fin:

Avec frottement !

Cas du frottement

Si f est le coefficient de frottement entre les roues

$F_{Tv} = F(\cos\alpha_n \,.\, \sin\beta + f \,.\, \cos\beta) = F_{Ar}$

$F_{Tr} = F(\cos\alpha_n \,.\, \cos\beta - f \,.\, \sin\beta) = F_{Av}$

$F_R = F.\sin\alpha_n$ (inchangé)

$$\eta = \frac{\text{puissance sortie}}{\text{puissance entrée}}$$

$$= \frac{\cos\alpha_n - f.\tan\beta}{\cos\alpha_n + f.\cot\beta}$$

Exemple – Filetage ISO Métrique Pas Gros M10:

C = Moment sur la vis a déterminer

d = Diamètre primitif de la vis = 10mm

μ = Coefficient de frottement entre la vis et l'écrou = 0.14 (surface sèche)

F = Charge axiale a générer sur la vis = 2000N

α = Angle d'inclinaison du flanc de filet = 30°

2α = Angle au sommet = 60°

β_R = Inclinaison de l'hélice = 3°

Effort résultant pour générer un effort axial de F sur la vis avec frottement:

$$F_{Av} = F.(\cos(\alpha).cos(\beta_R) - f.\sin(\beta_R)) = 2000N$$

$$F = \frac{F_{Av}}{\cos(\alpha).cos(\beta_R) - f.\sin(\beta_R)} = 2332.3N$$

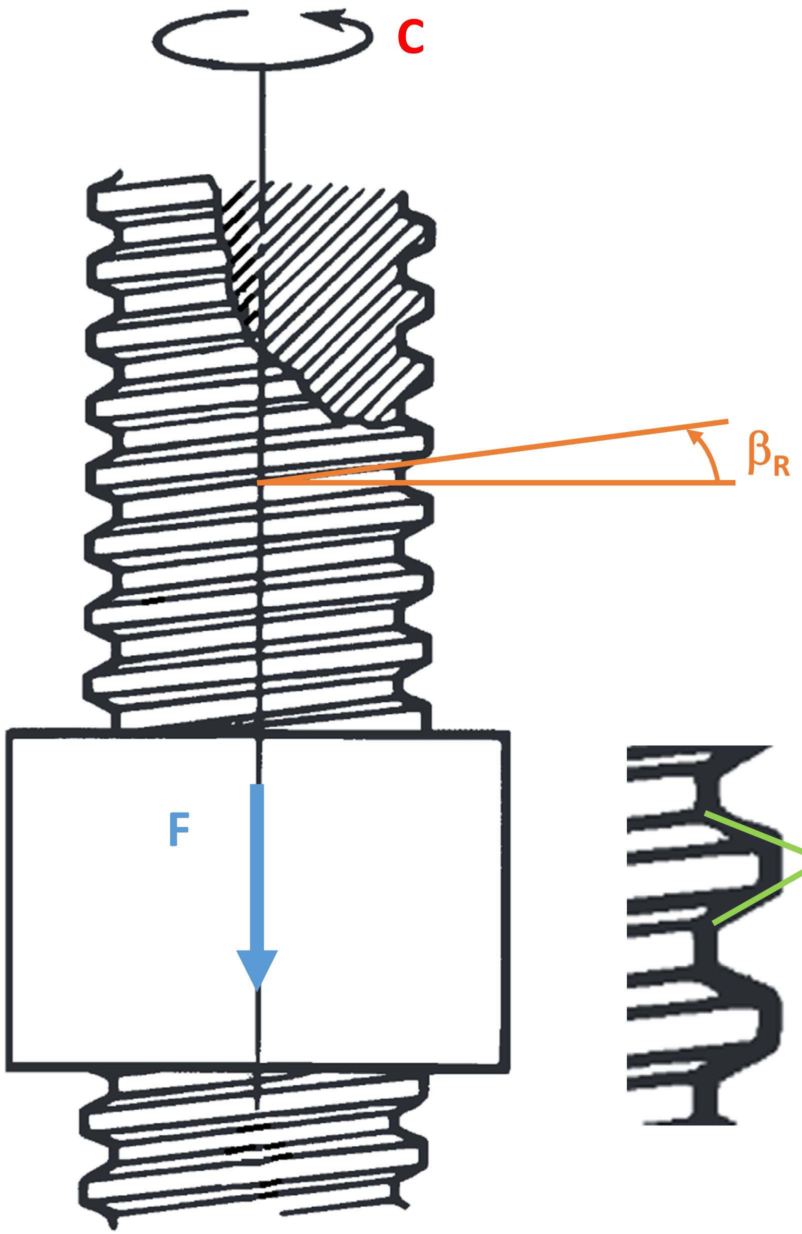
Effort tangentiel sur la vis pour générer un effort axial de F sur la vis avec frottement:

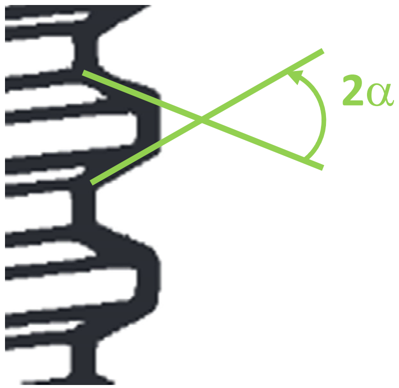
$$F_{Tv} = F.(\cos(\alpha).sin(\beta_R) + f.cos(\beta_R)) = 431.8N$$

Moment sur la vis pour générer un effort axial de F sur la vis avec frottement:

$$\boldsymbol{C_v = F_{Tv}.r_v = 2.16N.m}$$

Efforts dans une vis sans fin





C = Moment sur la vis

d = Diamètre primitif de la vis

μ = Coefficient de frottement entre la vis et l'écrou

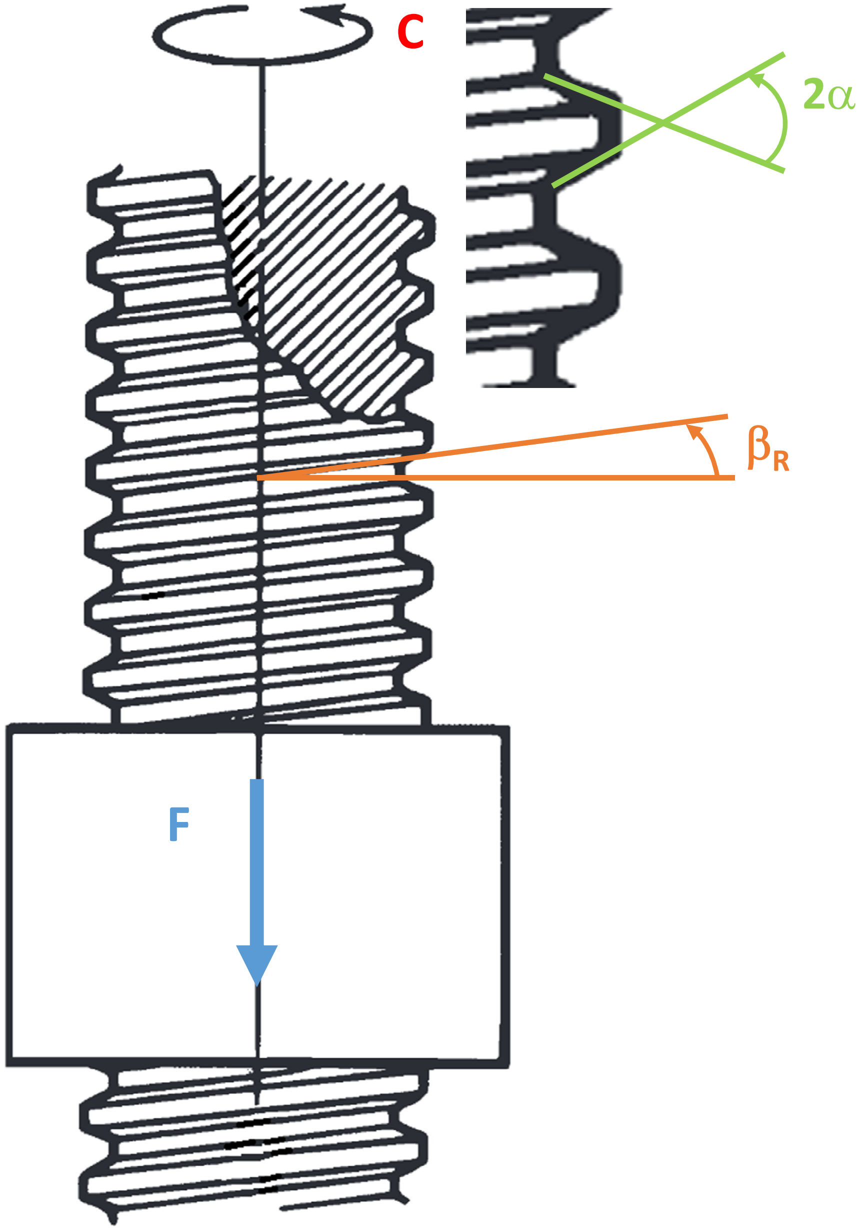
F = Charge axiale a monter/descendre

α = Angle d'inclinaison du flanc de filet

2α = Angle au sommet

β_R = Inclinaison de l'hélice

Efforts dans une vis sans fin



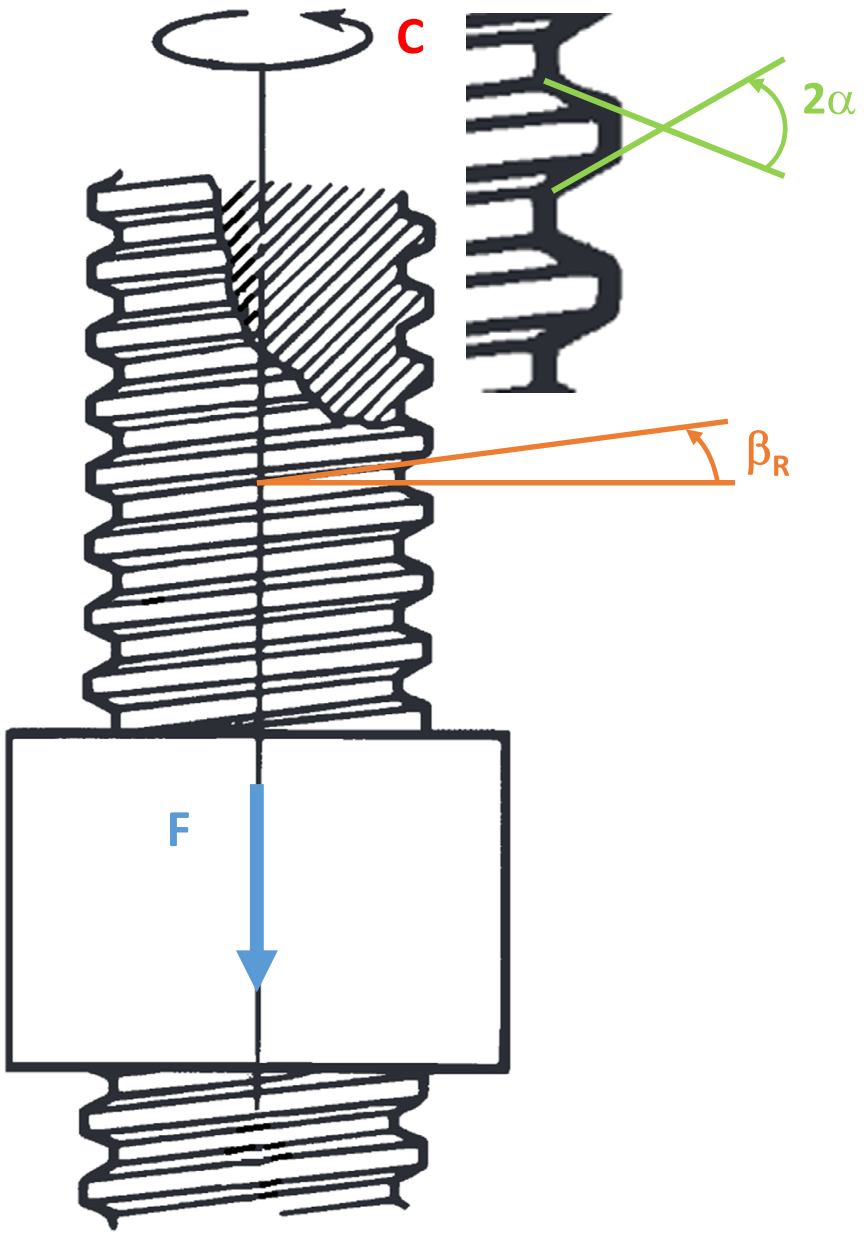
Moment pour monter la charge:

$$C = F.\frac{d}{2}.\frac{\mu.\cos(\beta_R).\sqrt{1+tan^2(\beta_R)+tan^2(\alpha)}+\tan(\beta_R)}{1-\mu.\sin(\beta_R).\sqrt{1+tan^2(\beta_R)+tan^2(\alpha)}}$$

Moment pour descendre la charge:

$$C = F.\frac{d}{2}.\frac{\mu.\cos(\beta_R).\sqrt{1+tan^2(\beta_R)+tan^2(\alpha)}-\tan(\beta_R)}{1+\mu.\sin(\beta_R).\sqrt{1+tan^2(\beta_R)+tan^2(\alpha)}}$$

Efforts dans une vis sans fin



Exemple – Filetage ISO Métrique Pas Gros M10:

C = Moment sur la vis a déterminer

d = Diamètre primitif de la vis = 10mm

μ = Coefficient de frottement entre la vis et l'écrou = 0.14

(surface sèche)

F = Charge axiale a monter/descendre = 2000N

α = Angle d'inclinaison du flanc de filet = 30°

2α = Angle au sommet = 60°

β_R = Inclinaison de l'hélice = 3°

Moment pour monter la charge:
$\boldsymbol{C = 2.16N.m}$

Moment pour descendre la charge:
$C = 1.08N.m$